

---

# Les ondelettes pour l'estimation dimensionnelle de cibles

## Etude du comportement en milieu bruité

Angel Scipioni\* — Pascal Rischette\*,\*\*

\* Institut Jean Lamour—UMR 7198, Département P2M, Équipe 107,  
Nancy Université, BP 239, F-54506 Vandoeuvre-lès-Nancy Cedex  
angel.scipioni@iut-longwy.uhp-nancy.fr

\*\* Centre de recherche de l'Armée de l'air, CReA—MAS'Air, F-13661 Salon air  
pascal.rischette@inet.air.defense.gouv.fr

---

*RÉSUMÉ.* Si le contexte général de cette contribution concerne la mesure dimensionnelle ultrasonore, l'élément central repose sur la présentation d'un estimateur à ondelettes capable de mesurer le diamètre de cibles immergées. Cet estimateur est construit autour d'une ondelette particulièrement bien adaptée à cette application. Après avoir donné les raisons de ce choix, nous détaillons le coeur de la méthode qui fournit des résultats prometteurs tout en limitant le coût de calcul puisque la transformée en ondelettes mise en oeuvre n'explore qu'une seule échelle. Enfin, le comportement de cet estimateur est évalué en milieu bruité après un traitement qui souligne davantage l'intérêt d'une analyse en échelle. En effet, nous montrons qu'un débruitage préalable par ondelettes repousse de 10 dB la limite de validité de cet estimateur.

*ABSTRACT.* If the general idea of this contribution relates to ultrasonic dimensional measurement, the central point is based on the presentation of a wavelet-based estimator able to measure the diameter of immersed targets. This estimator is built around a well-adapted wavelet to this application. After having given the reasons of this choice, we detail the heart of the method which provides promising results. These results are obtained by limiting the cost of calculation since the implemented wavelet transform explores only one scale. Lastly, a study of this estimator in noised environment is described, emphasizing the advantage of performing a scale preprocessing. Indeed, we show that a preliminary wavelet-based denoising provides an improvement of 10 dB.

*MOTS-CLÉS :* estimation, granulométrie, ondelette, ultrason.

*KEYWORDS :* estimation, granulometry, ultrasound, wavelet.

## 1. Introduction

Les procédés utilisés à ce jour pour la détermination dimensionnelle de cibles immergées ont principalement recours à des méthodes nécessitant une connaissance a priori des matériaux composant les structures à identifier. L'objectif et l'intérêt du travail qui suit portent précisément sur le développement d'une méthode qui s'affranchit de ce besoin.

Notre étude propose une méthode d'analyse temps-échelle s'appuyant sur l'utilisation d'ondelettes. Elle repose sur le traitement de l'écho rétrodiffusé produit par une cible immergée dans de l'eau et insonifiée par un transducteur piézo-électrique. C'est la première partie de cet écho, l'écho quasi rigide (EQR), qui transporte l'information dimensionnelle de la cible. Il est composé essentiellement de l'onde spéculaire et des ondes surfaciques externes. La couverture très efficace du plan temps-fréquence au sens de Gabor-Heisenberg (Soares *et al.*, 2003; Mallat, 2000), la très grande diversité des fonctions disponibles pour la constitution des bases analysantes ainsi que l'aptitude naturelle qu'ont les ondelettes à réaliser l'opération de débruitage, forment un processus de traitement homogène permettant de repousser les limites d'utilisation de la méthode en présence de bruit.

L'étude est structurée en quatre parties. La première section décrit les éléments essentiels sur les phénomènes acoustiques résultant de l'insonification de la cible. La seconde partie présente les caractéristiques fondamentales de la théorie des ondelettes tandis que la section suivante est dédiée à la mise en oeuvre de la méthode dans le cadre de l'estimation du diamètre filaire. Enfin, le comportement du procédé en présence de bruit constitue la dernière partie de l'étude.

## 2. Éléments théoriques

### 2.1. Physique du milieu

Un fil solide et homogène de rayon  $a$  est immergé dans l'eau. Il est insonifié par une impulsion rectangulaire excitant un transducteur piézo-électrique qui produit une onde plane ultrasonore. Les effets de diffusion qui en résultent ont abondamment été traités (Faran, 1951; Flax *et al.*, 1978; Dickey *et al.*, 1976) et peuvent donc être abordés par la théorie de la diffusion résonnante (Resonance Scattering Theory, RST (Flax *et al.*, 1981)).

L'écho de rétrodiffusion généré par une cible est la résultante de différentes ondes ayant des comportements assez différents les uns des autres (*cf.* figure 1) :

– La première partie de l'écho est formée de l'onde spéculaire et des ondes rampantes (surfaiques externes) elles-mêmes constituées des ondes de Franz et de Scholte-Stoneley (Überall, 1973). Bien que ne transportant pas d'information autre que celle déjà contenue dans l'onde incidente, l'onde spéculaire, en se superposant aux ondes rampantes, est inévitablement prise en compte dans l'EQR. C'est sur ce

groupe d'ondes que s'appuie notre méthode de détermination du rayon  $a$  car elles transportent l'information dimensionnelle de la cible.

– La seconde partie est constituée d'un ensemble d'ondes dites « internes » à la cible que sont les ondes diamétrales, l'onde de Rayleigh et les ondes de galerie à échos (Dragonette, 1979; Derem *et al.*, 1982), Notre méthode se voulant indépendante du matériau, leur relative sensibilité à celui-ci les exclut du champ de notre étude.

## 2.2. Spectre de l'écho et signaux de synthèse

On obtient la partie quasi-rigide de l'écho de rétrodiffusion par fenêtrage comme l'indique la figure 2. En utilisant la transformée de Fourier à court terme (TFCT, notée  $\mathcal{F}_\tau$ ) et conformément à (Yen *et al.*, 1990), on obtient le spectre correspondant pour :

– un fil :

$$W_{qr}(f) = \mathcal{F}_\tau\{w_{qr}(t)\} = I(f) \cdot H_m(f) \cdot H_{qr}^w(ka) \cdot H_a(f), \quad [1]$$

avec

- $I(f)$  : transformée de Fourier du stimuli,
- $H_m(f)$  : fonction de transfert de la chaîne de mesure et du transducteur,
- $H_{qr}^w(ka)$  : fonction de transfert quasi-rigide du fil,
- $H_a(f)$  : fonction de transfert acoustique du milieu,
- $ka = \frac{2\pi f}{c}a$  : nombre d'onde réduit,
- $c$  : vitesse de propagation dans l'eau.

– un bloc étalon :

$$B_{qr}(f) = \mathcal{F}_\tau\{b_{qr}(t)\} = I(f) \cdot H_m(f) \cdot H_{qr}^b(ka) \cdot H_a(f). \quad [2]$$

La pression de rétrodiffusion d'un fil insonifié (Dardy *et al.*, 1977) s'exprime par

$$P_s(ka) = P_i(ka) \sqrt{\frac{a}{2r}} f_\infty(ka) e^{2jkr}, \quad [3]$$

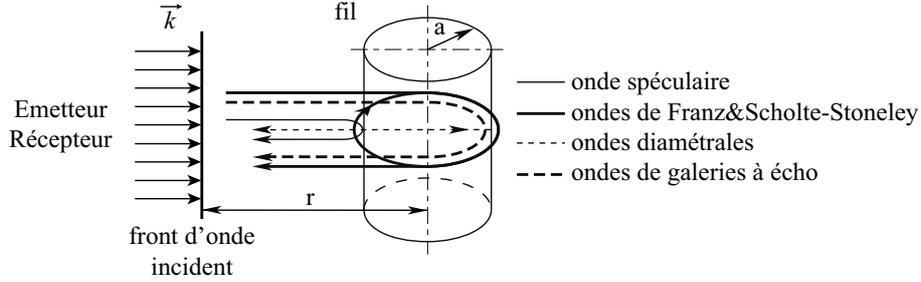
avec

- $P_s(ka)$  : transformée de Fourier de l'écho rétrodiffusé (ER),
- $P_i(ka)$  : transformée de Fourier de l'onde de stimulation,
- $f_\infty(ka)$  : fonction de forme de rétrodiffusion des fils.

Par conséquent, la fonction de transfert de rétrodiffusion quasi-rigide s'écrit

$$H_{qr}(f) = \frac{P_{s,qr}(ka)}{P_i(ka)} = \sqrt{\frac{a}{2r}} f_{qr}(ka) e^{2jkr}, \quad [4]$$

avec



**Figure 1.** Nature des ondes pour un fil insonifié par une onde ultrasonore.

- $P_{s,qr}(ka)$  : transformée de Fourier de l'écho rétrodiffusé quasi-rigide (EQR),
- $f_{qr}(ka)$  : fonction de forme quasi-rigide (Mathieu *et al.*, 2002b) (FFQR, cf. figure 3).

Il vient donc respectivement pour un fil et un bloc étalon :

$$|H_{qr}^w(ka)| = \sqrt{\frac{a}{2r}} f_{qr}(ka), \quad [5]$$

$$|H_{qr}^b(ka)| = \rho, \quad [6]$$

où  $\rho$  est le coefficient de réflexion du bloc.

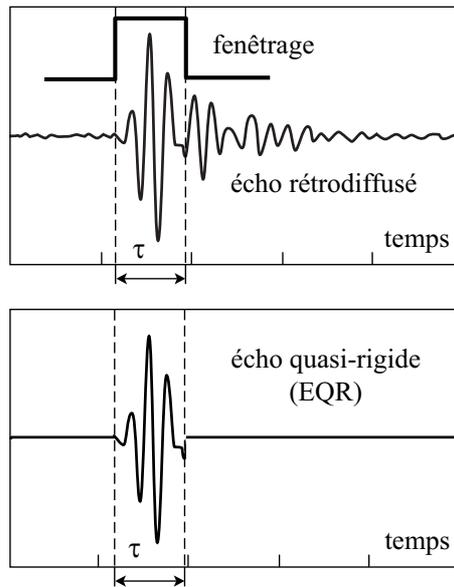
Nous pouvons donc en déduire le spectre normalisé de l'écho rétrodiffusé quasi-rigide du fil en construisant

$$\frac{|H_{qr}^w(ka)|}{|H_{qr}^b(ka)|} = \alpha |f_{qr}(ka)| \equiv \frac{|W_{qr}(f)|}{|B_{qr}(f)|} = |W_{N,qr}(f)|, \quad [7]$$

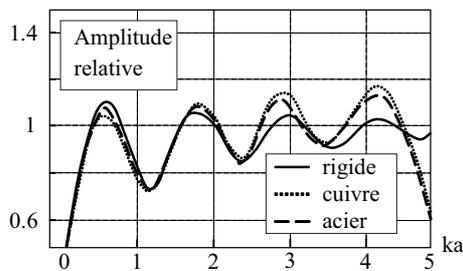
avec

- $\alpha$  : facteur de proportionnalité,
- $ka \in \left[ \frac{2\pi f_{min}a}{c}, \frac{2\pi f_{max}a}{c} \right]$ ,
- $[f_{min}, f_{max}]$  : bande passante du transducteur.

Par application de la transformée de Fourier inverse, on obtient le signal de synthèse correspondant qui constituera un des éléments intervenant dans la méthode d'analyse présentée à la section 4.



**Figure 2.** *Echo rétrodiffusé complet et écho quasi-rigide.*

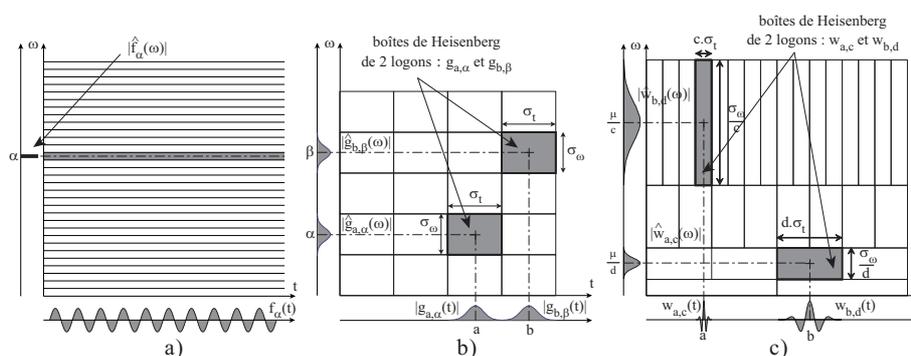


**Figure 3.** *Fonction de forme quasi-rigide (FFQR) pour des fils.*

### 2.3. Transformée en ondelettes

Si la transformée de Fourier joue un rôle essentiel en traitement du signal (Barcewell, 1978), c'est par sa capacité à restituer la composition fréquentielle d'un signal analysé et de ce fait, de pouvoir lui appliquer des opérateurs de filtrage linéaire.

Dans une certaine mesure, la décomposition du signal, reposant sur des exponentielles imaginaires, exprime l'orthogonalité de la base analysante. Elle est optimale dans le sens où toute redondance de l'information est inexistante.



**Figure 4.** Pavage temps-fréquence pour des logons de : a) la transformée de Fourier, b) la transformée de Fourier à court terme (Gabor) et c) la transformée en ondelettes.

L'absence de localisation des fonctions analysantes, ne permettant qu'une analyse globale du signal, discrédite ce type d'analyse au sens de l'incertitude de Gabor-Heisenberg comme le montre la figure 4a (Gabor, 1946; Battle, 1988). En effet, même si l'amélioration que constitue la transformée de Fourier fenêtrée est incontestable, la régularité du pavage temps-fréquence (Daubechies, 1990) qui en résulte n'est pas pertinente (cf. figure 4b). Dans ce sens, l'analyse de Fourier est très mal adaptée à l'étude des composantes transitoires d'un signal.

Comme les gaborettes, la transformée en ondelettes (Daubechies, 1992) permet d'atteindre la borne inférieure imposée par le principe d'incertitude de Gabor-Heisenberg mais avec un pavage temps-fréquence mieux adapté (cf. figure 4c). De plus, elle offre la possibilité d'utiliser des bases d'analyse constituées par différentes familles parfaitement localisées sur le plan temps-fréquence. La grande diversité des fonctions envisageables ajoute une possibilité supplémentaire d'optimisation du nombre de coefficients produits par l'analyse.

### 2.3.1. Analyse continue

La plupart du temps, l'information la plus riche d'un signal est localisée dans ses singularités c'est-à-dire dans ses structures irrégulières. La transformée en ondelettes autorise une exploration fine des structures locales à l'échelle d'observation la plus pertinente susceptible de révéler l'information utile. La transformée en ondelettes décompose un signal sur une famille d'ondelettes translatées (facteur  $b$ ) et dilatées (facteur  $a$ ) à partir d'une ondelette mère  $\psi$  et forme une base d'analyse pouvant être orthonormale (Daubechies, 1988). Elle doit vérifier un ensemble de propriétés que nous rappelons ci-dessous :

– Les fonctions générées par l'ondelette mère  $\psi$  sont  $\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$  et permettent un pavage efficace du plan temps-fréquence.

– La transformée en ondelettes d'un signal  $s(t)$  peut être définie par le produit scalaire

$$W[s_{a,b}] = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \bar{\psi} \left( \frac{t-b}{a} \right) dt, \quad [8]$$

$$\propto \langle s, \psi_{a,b} \rangle. \quad [9]$$

L'opération mesure donc le comportement de  $s$  autour de l'instant  $b$  et dans un rayon proportionnel au coefficient d'échelle  $a$ .

– L'évolution des coefficients  $W[s_{a,b}]$  lorsque  $a$  tend vers 0 détermine la régularité au sens de Hölder du signal autour du lieu  $b$  ce qui permet d'en déterminer avec précision les singularités.

– L'ondelette mère  $\psi$  est caractérisée par un nombre de moments nuls  $m$  tel que

$$\langle t^m, \psi(t) \rangle = \int_{\mathbb{R}} t^m \psi(t) dt = 0, \quad [10]$$

ce qui constitue un élément décisif dans la description des singularités du signal  $s$  puisque l'analyse sera aveugle au polynôme de degré  $m - 1$ .

– La condition de reconstruction

$$s(t) = C_{\psi}^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} a^{-2} W[s_{a,b}] \psi \left( \frac{t-b}{a} \right) da db, \quad [11]$$

où

$$C_{\psi} = 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\widehat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < +\infty, \quad [12]$$

est atteinte si l'ondelette vérifie la condition d'admissibilité

$$\int_0^{+\infty} \frac{|\widehat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega = \int_{-\infty}^0 \frac{|\widehat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < +\infty. \quad [13]$$

Elle a pour conséquence le centrage de celle-ci au voisinage de 0 ainsi qu'une condition d'ondulation imposant une moyenne nulle

$$\int_{\mathbb{R}} \psi(t) dt = 0 \quad \text{et} \quad \int_{\mathbb{R}} \|\psi(t)\|^2 dt = 1, \quad \text{avec} \quad \psi \in L^2(\mathbb{R}). \quad [14]$$

### 2.3.2. Analyse discrète

Les deux relations de reconstruction définissant la transformée en ondelettes continue mettent en évidence une capacité à fournir une analyse la plus précise possible sur le plan temps-échelle mais au prix d'une redondance forte dans l'appréciation de l'information et d'un fort coût de calcul (Jones *et al.*, 1991).

Il existe une alternative permettant d'optimiser l'analyse en utilisant des ondelettes générant des bases orthonormées discrètes de  $L^2(\mathbb{R})$  :

$$\left\{ \psi_{j,n}(t) = 2^{-\frac{j}{2}} \psi(2^{-j}t - n) \right\}_{(j,n) \in \mathbb{Z}^2}, \quad [15]$$

où  $2^{-j}$  définit la résolution. On constitue de cette façon une famille d'approximations multirésolution du signal  $s$  (Jawerth *et al.*, 1994; Mallat, 1989a).

### 2.3.3. Analyse multirésolution

L'approche multirésolution analyse  $s$  par projections orthogonales sur deux types d'espaces qualifiés d'approximations  $V_j$  et de détails  $W_j$  (Aldroubi *et al.*, 1993), et ceci pour toutes les résolutions  $2^{-j}$  possibles. La perte d'information entre deux échelles  $2^j$  et  $2^{j+1}$  est entièrement évaluée par la quantité  $\sum_n \langle f, \psi_{j,n} \rangle \psi_{j,n}$ .

L'ensemble des sous-espaces fermés d'approximations  $\{V_j\}$  de  $L^2(\mathbb{R})$  constitue une analyse multirésolution si et seulement si :

$$- \forall (j, k) \in \mathbb{Z}^2, A_j\{s(t)\} \in V_j, \text{ où } A_j\{s\} = \sum_n a_{j,n} \varphi_{j,n} = \sum_n \langle s, \varphi_{j,n} \rangle \varphi_{j,n}$$

avec

-  $\varphi$  : fonction d'échelle engendrant la base  $\varphi_{j,n}$  telle que

$$\varphi_{j,n}(k) = 2^{-j/2} \varphi(2^{-j}k - n), \quad (k, n) \in \mathbb{Z}^2,$$

-  $A_j$  : projecteur d'approximation à l'échelle  $2^j$ ,

-  $D_j$  : projecteur de détail à l'échelle  $2^j$ .

$$- \forall j \in \mathbb{Z}, V_{j+1} \subset V_j.$$

$$- \forall j \in \mathbb{Z}, s(t) \in V_j \Leftrightarrow s(\frac{t}{2}) \in V_{j+1}.$$

$$- \lim_{j \rightarrow +\infty} V_j = \bigcap_{j \rightarrow -\infty}^{+\infty} V_j = \{0\}$$

$$- \lim_{j \rightarrow -\infty} V_j = \bigcup_{j \rightarrow -\infty}^{+\infty} V_j = L^2(\mathbb{R})$$

-  $\exists \rho / \{\rho(t - n)\}_{n \in \mathbb{Z}}$  soit une base de Riesz de  $V_0$  et

$$\hat{\varphi}(\omega) = \frac{\hat{\rho}(\omega)}{\left( \sum_{k \in \mathbb{Z}} |\hat{\rho}(\omega + 2k\pi)|^2 \right)^{1/2}} \quad [16]$$

détermine la fonction d'approximation génitrice de la base orthonormale  $\varphi_{j,n}$  analysant les différents  $V_j$ .

Le lien entre le filtre  $h[n]$  et la fonction d'échelle  $\varphi(n)$ , permettant d'implémenter l'approximation multirésolution, vérifie :

$$h[n] = \langle \varphi, \varphi_{-1,n} \rangle_{n \in \mathbb{N}}, \quad [17]$$

$$\left| \widehat{h}(\omega) \right|^2 = \left| \widehat{h}(\omega + \pi) \right|^2 = 2, \quad \text{avec} \quad \widehat{h}(0) = 2. \quad [18]$$

De la même façon, l'analyse multirésolution dans l'espace des détails  $W_j$  est réalisable par le filtre  $g[n] = \langle \psi, \varphi_{-1,n} \rangle_{n \in \mathbb{N}}$ .

Ces deux filtres discrets  $h$  et  $g$  constituent les filtres miroirs conjugués et sont de toute première importance car ils permettent la mise en oeuvre d'un outil très performant que constitue l'algorithme récursif de Mallat.

L'algorithme de Mallat projette le signal  $s$  successivement dans les différents espaces d'approximations et de détails (Mallat, 1989b) où :

$$A_j\{s\} \in V_j \Rightarrow A_{j+1}\{s\} \in V_{j+1}, \quad [19]$$

$$A_j\{s\} = A_{j+1}\{s\} + D_{j+1}\{s\} \quad [20]$$

$$\text{avec} \quad D_{j+1}\{s\} \in W_{j+1} \quad \text{et} \quad V_j = V_{j+1} \oplus W_{j+1}. \quad [21]$$

Les coefficients d'approximations et de détails à l'échelle  $2^j$  sont obtenus respectivement par

$$a_j[n] = \langle s, \varphi_{j,n} \rangle, \quad [22]$$

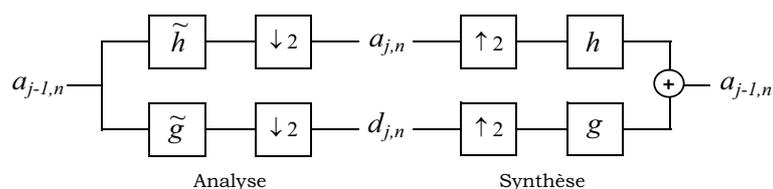
$$d_j[n] = \langle s, \psi_{j,n} \rangle. \quad [23]$$

Comme le montre la figure 5, les coefficients à l'échelle suivante sont obtenus directement par

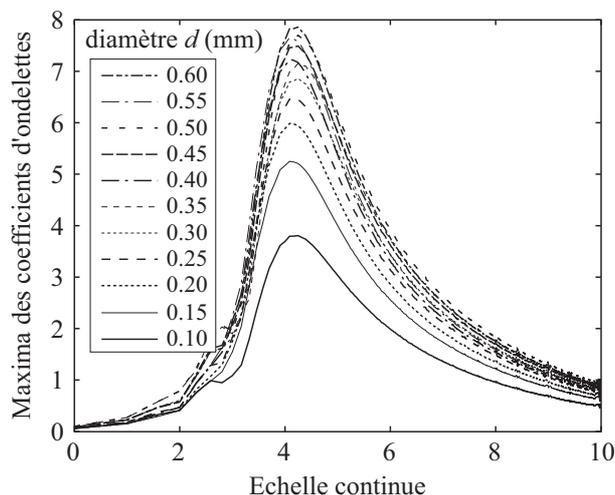
$$a_{j+1}[p] = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h[n-2p]a_j[n] = a_j * \widetilde{h}[2p], \quad [24]$$

$$d_{j+1}[p] = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} g[n-2p]a_j[n] = a_j * \widetilde{g}[2p] \quad [25]$$

$$\text{où} \quad \widetilde{h}[n] = h[-n]. \quad [26]$$



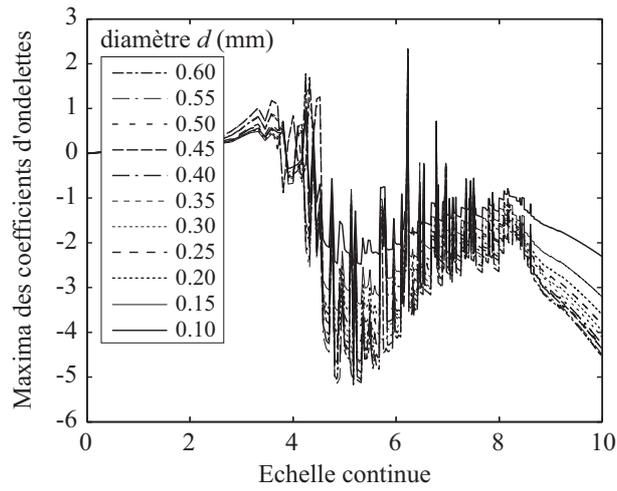
**Figure 5.** Algorithme de Mallat à l'échelle  $2^j$  pour l'analyse et la synthèse.



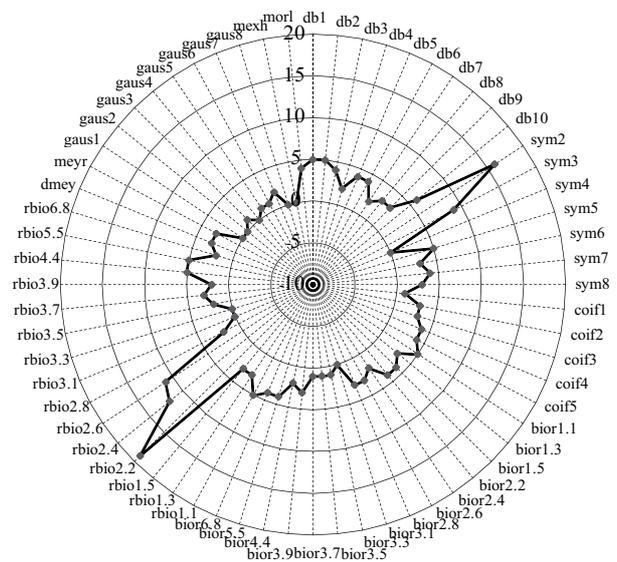
**Figure 6.** Maxima des coefficients d'ondelettes en fonction de l'échelle continue  $j$  pour une ondelette de Daubechies : relation d'ordre respectée.

### 3. Sélection de l'ondelette

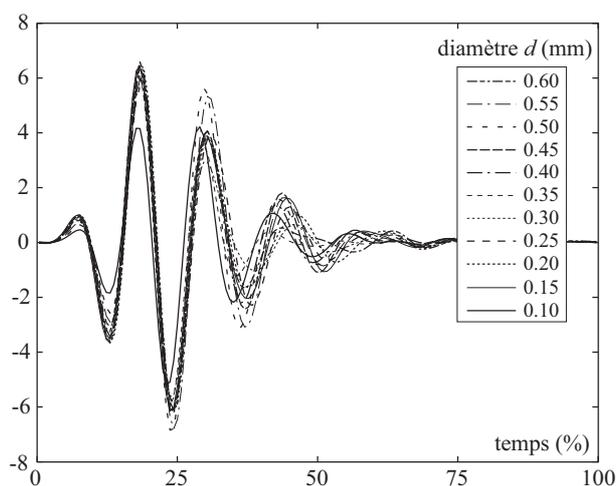
Le principe de la méthode, dont les détails sont décrits à la section 4, passe par une analyse en ondelettes d'échos rétrodiffusés correspondant à différents diamètres de fil. L'objectif est de trouver l'échelle caractéristique où les coefficients d'ondelettes sont maximum et où la relation d'ordre entre les différents diamètres est préservée. Or, toute application qui utilise la transformée en ondelettes est systématiquement confrontée à la question du choix de l'ondelette (Scipioni *et al.*, 2007). En effet, si certaines ondelettes sont particulièrement bien adaptées à notre application comme le montre la figure 6, d'autres ne respectent pas obligatoirement cette relation d'ordre et leur comportement les rend inexploitablement notamment en terme de robustesse (*cf.* figure 7).



**Figure 7.** Maxima des coefficients d'ondelettes en fonction de l'échelle continue  $j$  pour une ondelette de Shannon : relation d'ordre non respectée.



**Figure 8.** Nombre cumulé de relations d'ordre respectées entre les diamètres et les maxima d'ondelettes.

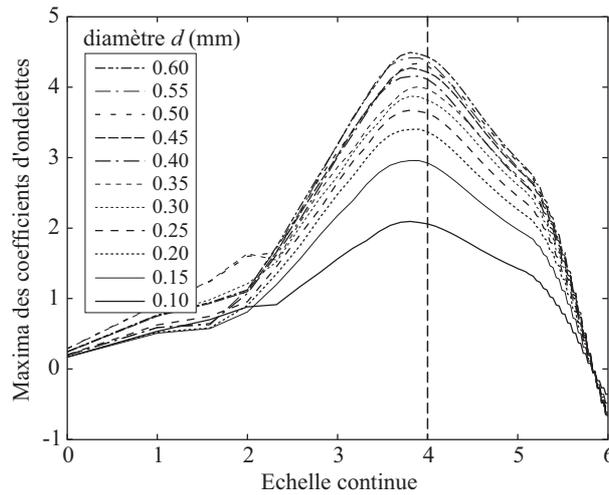


**Figure 9.** Echos de synthèse pour un matériau rigide et pour un diamètre  $d$  (mm)  $\in \{0, 10; 0, 15; 0, 20; 0, 25; \dots; 0, 6\}$ .

Nous avons donc réalisé une étude systématique dont le but est de trouver les ondelettes qui respectent le critère suivant : *les maxima des coefficients d'ondelettes, pris pour chaque écho et à une échelle caractéristique unique, doivent respecter une relation d'ordre monotone vis à vis des différents diamètres*, comme tel est le cas à la figure 6 pour une ondelette de Daubechies au voisinage de l'échelle 4.

Comme nous l'avons vu à la section 2.1, l'écho quasi-rigide est constitué des ondes de Sholte-Stoney et de l'onde spéculaire. La combinaison de ces ondes varie en fonction du diamètre et donc la largeur de l'écho quasi rigide varie également. Par conséquent, il est nécessaire de trouver un intervalle constant au début de l'écho rétrodiffusé et qui soit adapté à un diamètre quelconque. Nous avons donc prolongé l'étude sur des portions du signal allant de 10% à 100% par pas de 0,5%. L'ondelette sélectionnée est celle qui respecte le critère décrit ci-dessus le plus souvent possible quelque soit la taille du segment de signal considéré mais en privilégiant ceux situés en début d'écho. La figure synthétise les résultats obtenus et montre que deux ondelettes se distinguent des autres : 'sym2' et 'rbio2.2', respectivement une symlet d'ordre 2 et une  $\beta$ -spline inverse 5/3 (Daubechies, 1992). Une analyse plus fine des résultats nous montre que la première offre un bon comportement aux faibles segments du signal mais celui-ci se détériore dès que leur taille augmente. En revanche, la seconde est plus robuste et moins sensible à la taille du signal.

Enfin, il faut souligner que la transformée en ondelettes discrètes ne nous a pas permis de trouver une ondelette qui respecte de manière robuste la relation de monotonie entre les diamètres et les maxima d'ondelettes. C'est la raison pour laquelle, la mé-



**Figure 10.** Maxima des coefficients d'ondelettes en fonction de l'échelle continue pour les échos de synthèse et pour l'ondelette *rbio2.2*.

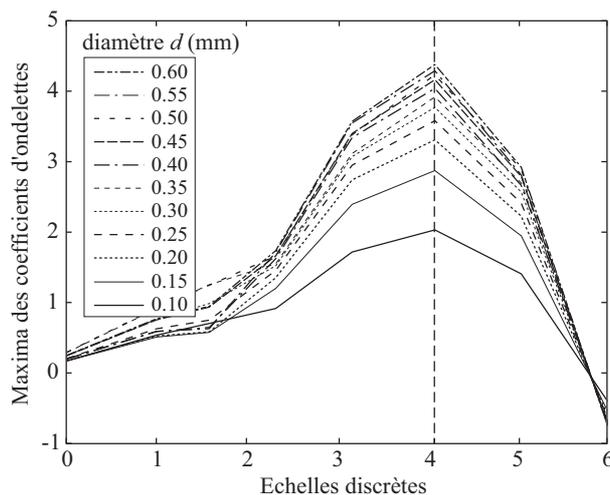
thode est construite sur une transformée en ondelettes continue utilisant une 'rbio2.2' (CWT-rbio2.2).

#### 4. Estimateur à ondelettes pour la mesure du diamètre

Notre méthode de mesure du diamètre d'un fil est basée sur le concept d'élaboration d'un modèle auquel sont soumis des échos rétrodiffusés réels. L'idée originale réside dans la construction de ce modèle. En effet, celui-ci est constitué d'un estimateur à ondelettes qui repose sur la recherche d'une base d'ondelettes telle que l'amplitude du plus grand coefficient, à une échelle unique et pertinente, dépende de manière univoque du diamètre du fil, indépendamment de la nature du matériau au sein d'une classe donnée (métaux, matériaux mous, etc.).

Comme indiqué dans (Mathieu *et al.*, 2002a), il est possible de générer l'écho rétrodiffusé théorique d'un fil, correspondant à un diamètre donné, à partir de sa fonction de forme théorique. Nous utilisons cette technique afin de générer 11 échos quasi rigides de synthèse pour des diamètres  $d$  (mm)  $\in \{0, 10; 0, 15; 0, 20; 0, 25; \dots; 0, 6\}$ , qui sont présentés à la figure 9 et qui vont servir de référence dans la construction de notre estimateur.

Pour les raisons décrites au paragraphe précédent, nous devons déterminer la partie de l'écho sur laquelle nous réaliserons la CWT-rbio2.2. Nous devons donc nous intéresser à la taille et la position de cette partie de l'écho. Concernant la taille, nous

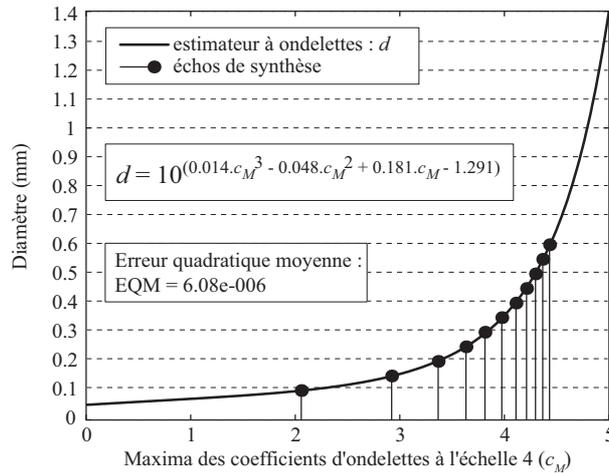


**Figure 11.** Maxima des coefficients d'ondelettes en fonction de l'échelle discrète pour les échos de synthèse et pour l'ondelette rbio2.2.

devons choisir la portion d'écho parmi toutes celles qui respectent la relation de monotonie sur les diamètres. Pour des raisons de coût de calcul et d'applications temps réel, nous avons opté pour le plus petit de ces segments (10%). Sur le plan de la position du segment, nous avons choisi celui qui est localisé le plus tôt dans l'écho (0,5%). En effet, le début de l'écho comporte les informations de dimension du fil et de surcroît, cette partie est moins sensible aux éventuels restes d'ondes (diamétrales et galeries à échos) qui perturberont plus facilement la fin que le début de l'écho.

La partie de l'écho rétrodiffusé étant définie, nous lui appliquons la CWT-rbio2.2, en utilisant la technique du mirroring afin d'atténuer les effets de bord (Jensen *et al.*, 2001), ce qui nous conduit à la figure 10. On peut y observer que, non seulement les maxima apparaissent au voisinage de l'échelle 4, mais qu'en plus à cette échelle, la relation d'ordre entre les diamètres est pleinement respectée. Cette figure nous invite d'ailleurs à souligner l'étonnante capacité de certaines ondelettes à mettre en évidence les comportements originaux d'un processus à *une résolution d'observation unique*.

L'inconvénient majeur d'une transformée en ondelettes continue réside dans le temps de calcul qui est beaucoup plus élevé que dans une approche discrète. C'est la raison pour laquelle nous proposons une démarche intermédiaire qui consiste à appliquer la CWT-rbio2.2 mais en explorant les échelles de façon dyadique comme le fait une analyse discrète. Les résultats de cette technique, présentés à la figure 11, sont semblables au cas précédent mais avec l'avantage de n'explorer qu'une seule l'échelle, ici l'échelle 4, réduisant ainsi de manière significative le temps de calcul.



**Figure 12.** Construction de l'estimateur à ondelettes : répartition du maxima des coefficients d'ondelettes en fonction du diamètre pour les échos synthétiques et représentation de la loi liant le diamètre aux coefficients d'ondelettes.

En minimisant l'erreur au sens des moindres carrés d'une approximation polynomiale, nous obtenons l'expression du modèle et donc l'estimateur recherché (cf. figure 12) :

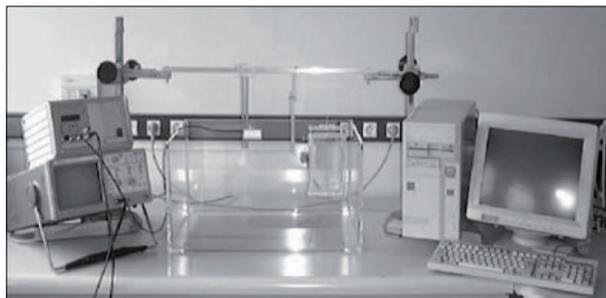
$$d = 10^{0,014c_M^3 - 0,048c_M^2 + 0,181c_M - 1,291} \quad [27]$$

où  $d$  représente le diamètre et  $c_M$  le maxima des coefficients d'ondelettes.

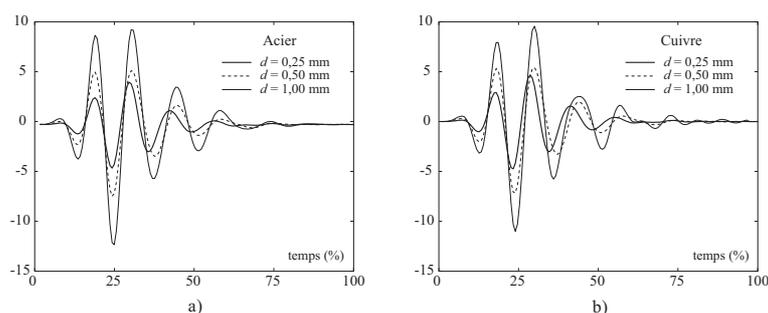
## 5. Résultats

Les mesures ont été effectuées dans un bac rempli d'eau à température ambiante (cf. figure 13). Les fils sont fixés sur un cadre de plexiglass dans le faisceau axial du capteur ultrasonore.

L'émetteur/récepteur est un transducteur à bande large planaire (-6 dB de largeur de bande : 0,8 MHz - 1,4 MHz) avec un diamètre de 0,95 cm. L'excitation électrique de l'émetteur est fournie par un générateur Ultimo2000 qui délivre une impulsion négative. Le gain du récepteur peut varier entre -10 dB et 80 dB et la largeur d'impulsion peut être ajustée entre 25 ns et 1000 ns. Les échos ultrasonores sont visualisés sur un oscilloscope Tektronix TDS 320. La largeur de bande du système d'acquisition numérique est de 100 MHz et la fréquence d'échantillonnage est de 20 Me/s. Les données sont alors acquises sur un ordinateur par une interface IEEE 488.2. Les échos rétrodif-



**Figure 13.** Banc de mesures.

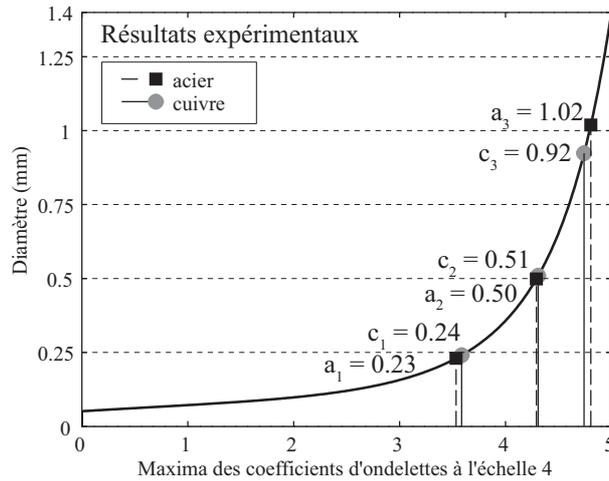


**Figure 14.** Echos expérimentaux pour des fils : a) d'acier, b) de cuivre.

fusés pour des fils d'acier et de cuivre de diamètre  $d$  (mm)  $\in \{0, 25; 0, 50; 1, 00\}$  sont présentés à la figure 14.

Ces échos expérimentaux sont tout d'abord normalisés en amplitude par rapport aux échos synthétiques. Puis, nous appliquons la technique du mirroring sur la même portion de signal que celle utilisée dans les échos de synthèse. Enfin, nous réalisons une CWT-rbio2.2 dont nous extrayons les coefficients maximum à l'échelle 4 de manière à les soumettre à l'estimateur. Les mesures sont présentées à la figure 15 et les résultats chiffrés au tableau 1.

Compte tenu de la tolérance sur les diamètres de référence qui s'élève à  $\pm 10\%$ , les résultats obtenus par cette méthode sont très intéressants. En effet, l'erreur relative est assez stable ce qui indique une certaine constance de la technique vis à vis des diamètres de référence. Elle ne dépasse jamais  $8\%$  que ce soit pour l'acier comme pour le cuivre et pour lesquels les valeurs obtenues sont assez semblables. Ceci est très encourageant dans l'idée de pouvoir mesurer des cibles indépendamment de la nature du matériau, tout en restant dans une classe donnée, les métaux par exemple.



**Figure 15.** Validation de l'estimateur à ondelettes pour des échos de cuivre et d'acier.

Référence diamètre (mm)		Acier	Cuivre
∅ 0,25	Diamètre mesuré	0,23	0,24
	Erreur relative	8%	4%
∅ 0,50	Diamètre mesuré	0,50	0,51
	Erreur relative	0%	2%
∅ 1,00	Diamètre mesuré	1,02	0,92
	Erreur relative	2%	8%

**Tableau 1.** Valeur des diamètres et des précisions relatives pour des fils d'acier et de cuivre.

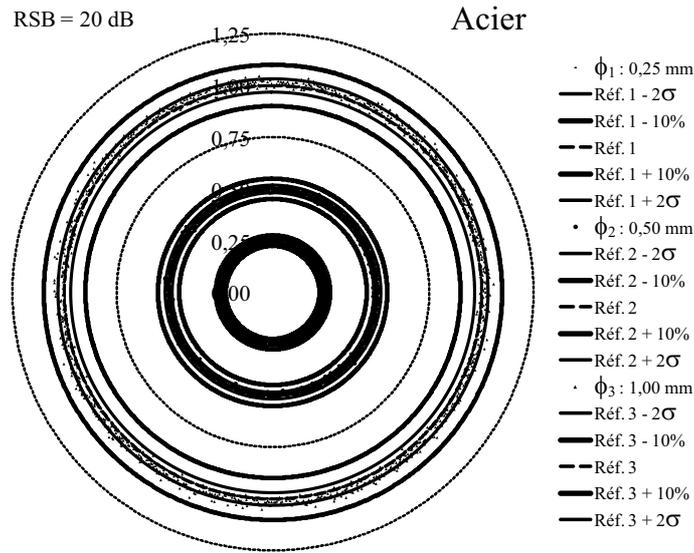
## 6. Comportement de l'estimateur en milieu bruité

De manière à pouvoir qualifier l'estimateur à ondelettes en milieu bruité, nous l'avons soumis à une étude dont nous allons maintenant préciser les conditions.

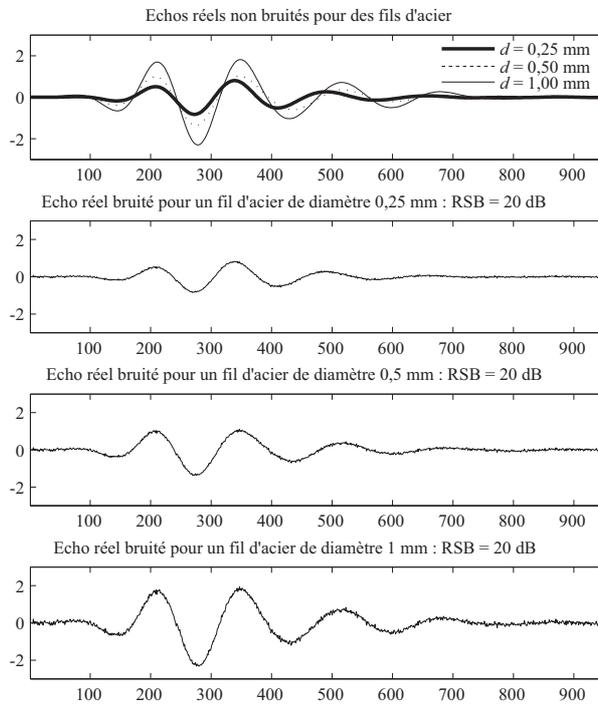
Nous construisons des échos bruités, objets de l'étude, en perturbant chaque écho réel par un bruit additif et ce, pour 1000 épreuves de bruit et pour différentes valeurs de rapport signal à bruit (RSB) allant de 20 dB à 0 dB.

Nous considérons un bruit blanc gaussien  $b(t)$  tel que

$$b(t) \stackrel{d}{=} \mathcal{N}(0, \sigma^2), \quad [28]$$

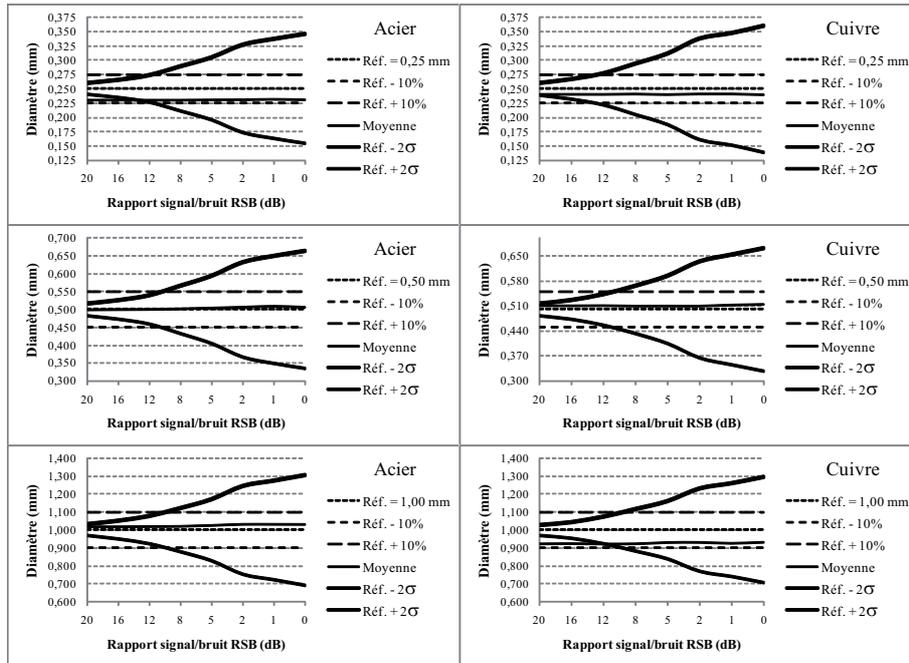


a)



b)

**Figure 16.** Echos bruités de fils d'acier de diamètre  $d$  (mm)  $\in \{0,25; 0,50; 1,00\}$  avec un rapport signal/bruit RSB = 20 dB : a) mesure du diamètre pour 1000 échos par diamètre, b) représentation temporelle des échos réels bruités.



**Figure 17.** Signaux bruités : comportement de l'estimateur dont la limite de validité est atteinte pour  $RSB = 12$  dB.

ainsi qu'un rapport signal à bruit défini à partir de la puissance des signaux

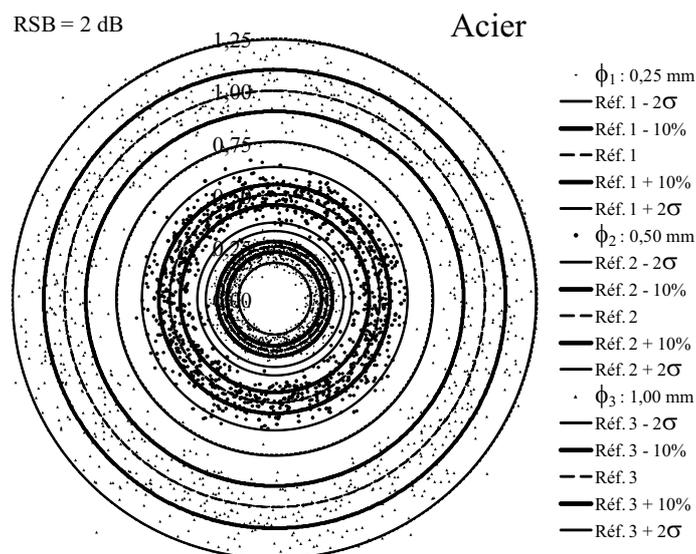
$$RSB_{dB} = 10 \log \frac{P_s}{P_b}, \quad [29]$$

avec  $P_s$  et  $P_b$  : puissance respectivement du signal et du bruit.

L'analyse en ondelettes CWT-rbio2.2 est appliquée sur la même portion du signal que celle décrite à la section 4.

La rosace de la figure 16a concentre le résultat de 1000 mesures fournies par l'estimateur et ce, pour un RSB de 20 dB et pour chacun des trois diamètres. Ce mode de représentation fait apparaître trois anneaux concentriques dont la largeur est bornée par la valeur de référence (0,25, 0,50 ou 1,00 mm) plus ou moins la tolérance ( $\pm 10\%$ ). Au sein de chacun de ces anneaux, nous trouvons un second anneau dont la largeur cette fois est bornée par la valeur de référence plus ou moins deux fois l'écart type  $\sigma$  donnant ainsi l'assurance d'avoir 95% des mesures à l'intérieur de l'anneau considéré.

En terme qualitatif, la question qui se pose maintenant est de savoir jusqu'à quelle valeur de RSB l'estimateur offre des mesures fiables.

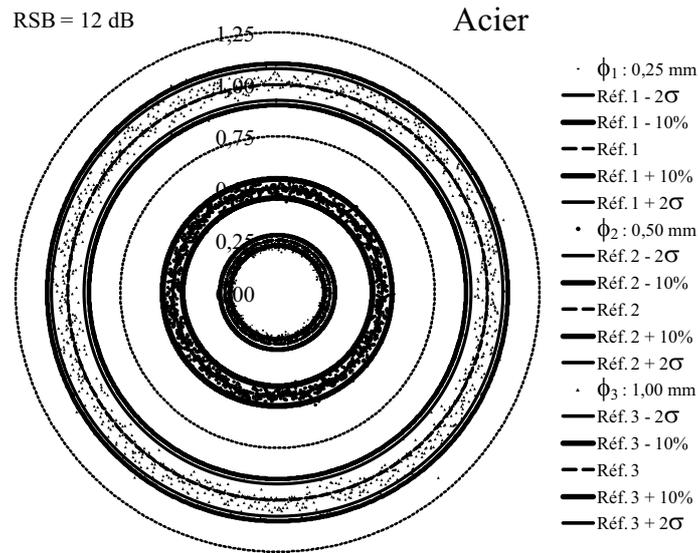


**Figure 18.** Mesure du diamètre  $d$  (mm)  $\in \{0,25; 0,50; 1,00\}$  pour 1000 échos d'acier bruités de rapport signal/bruit RSB = 2 dB.

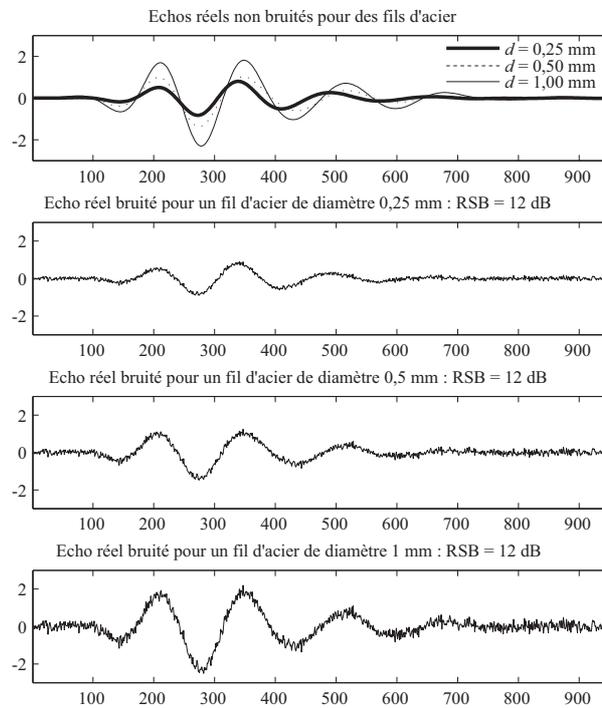
Pour un RSB de 20 dB qui correspond au niveau de bruit de la figure 16b, l'étréitesse des anneaux observée à la figure 16a indique une bonne efficacité de l'estimateur.

Lorsque le RSB augmente, cet estimateur rencontre évidemment de plus en plus de difficultés à fournir des valeurs fiables. Ce comportement est illustré à la figure 17 pour différentes valeurs de RSB. Cette dégradation du RSB a pour conséquence une augmentation de la largeur des anneaux rendant ainsi l'estimateur de moins en moins exploitable (cf. figure 18). La limite en terme de RSB est atteinte lorsque sur la figure 17 le « cône » (Réf.  $\pm 2\sigma$ ) entre en intersection avec le « tube » (Réf.  $\pm 10\%$ ). Une simple lecture de cette même figure montre que globalement la valeur maximale du RSB est de 12 dB, ce qui par conséquent définit le domaine de validité de l'estimateur dans le cas d'une analyse statistique. Cette valeur de RSB correspond à la rosace de la figure 19a ainsi qu'aux signaux de la figure 19b.

La figure 17 permet également d'observer l'évolution de la différence entre la valeur de référence et la moyenne des estimations c'est-à-dire la valeur du biais supposé de l'estimateur. Cette différence reste constante en fonction du RSB, quelque soit le diamètre et quelque soit le matériau. Cependant, il faut souligner que cette valeur de biais n'est pas significative tant qu'elle reste à l'intérieur du tube de tolérance, ce qui est toujours le cas et ce qui nous conduit à dire que cet estimateur est non biaisé. Enfin, notons que l'erreur quadratique moyenne ne donne pas d'information complémentaire puisqu'elle est directement liée au carré du biais.

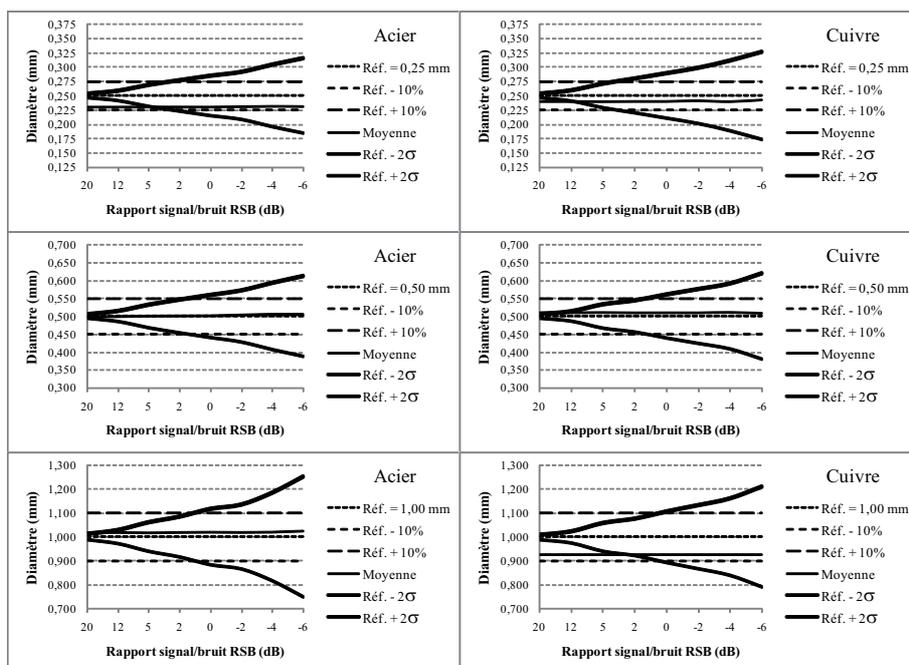


a)



b)

**Figure 19.** Echos bruités de fils d'acier de diamètre  $d$  (mm)  $\in \{0,25; 0,50; 1,00\}$  avec un rapport signal/bruit RSB = 12 dB : a) mesure du diamètre pour 1000 échos par diamètre, b) représentation temporelle des échos réels bruités.

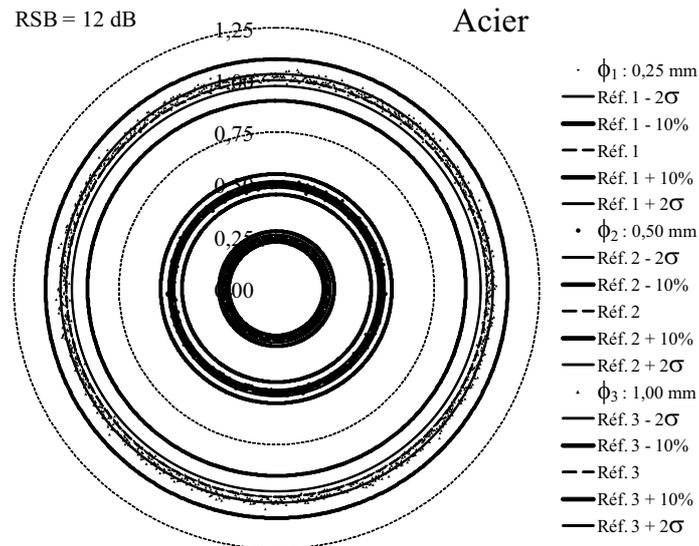


**Figure 20.** Signaux bruités avec débruitage préalable par ondelettes : comportement de l'estimateur dont la limite de validité est atteinte pour  $RSB = 2$  dB.

Cette analyse statistique exige la prise d'un nombre élevé d'échantillons, ce qui d'une part, écarte toute idée d'application temps réel et d'autre part, affaiblit considérablement l'intérêt de la méthode décrite à la section 4 puisque d'un côté, on ne réalise la CWT-rbio2.2 qu'à une seule échelle sur un seul échantillon alors que de l'autre, on doit traiter un millier d'échantillons.

Dans les lignes qui suivent, nous proposons un prétraitement des signaux bruités en effectuant un débruitage par ondelettes avant de les soumettre au même estimateur. Ce débruitage utilise un seuillage doux ainsi qu'une profondeur d'analyse à l'échelle 5.

Les résultats obtenus par cette méthode sont présentés à la figure 20. On y observe que pour un RSB de 12 dB, qui était la limite de validité pour la méthode statistique, cette approche offre d'excellents résultats. Ceux-ci sont confirmés par la figure 21 pour laquelle l'anneau borné par la valeur de référence plus ou moins deux fois l'écart type  $\sigma$  reste largement à l'intérieur de celui borné par la valeur de référence plus ou moins la tolérance ( $\pm 10\%$ ).



**Figure 21.** Mesure du diamètre  $d$  (mm)  $\in \{0, 25; 0, 50; 1, 00\}$  pour 1000 échos d'acier bruités de rapport signal/bruit  $RSB = 12 \text{ dB}$  avec un débruitage préalable par ondelettes.

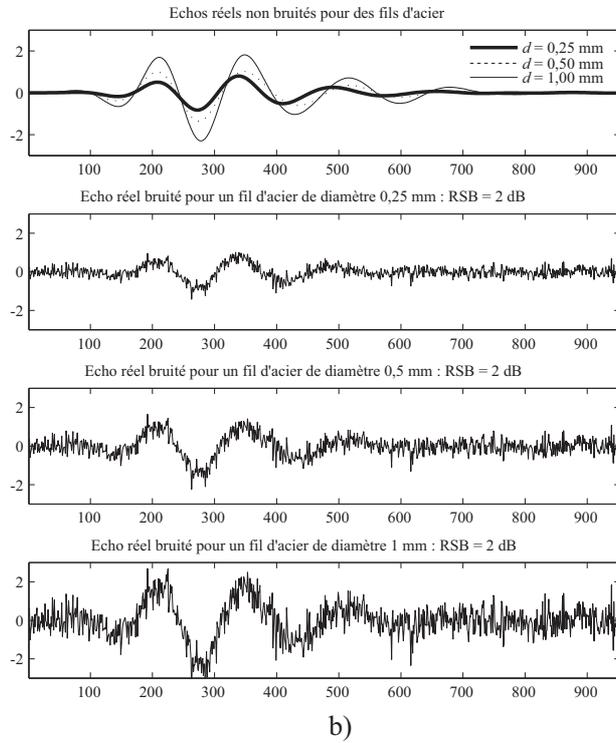
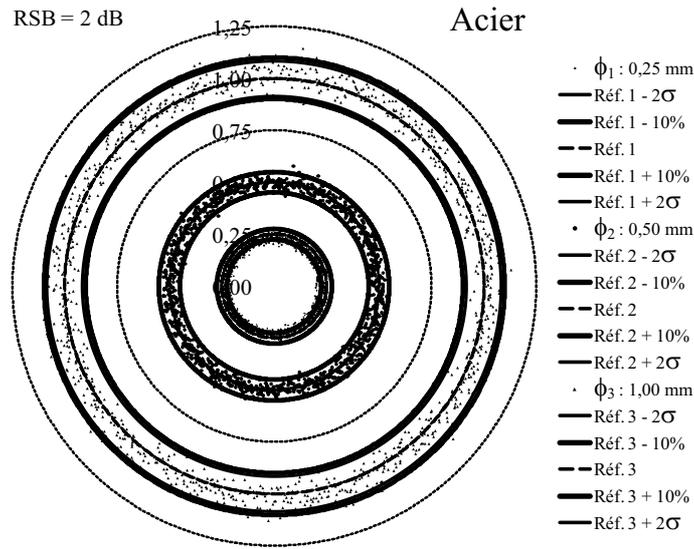
Dans ce cas, la limite de validité de l'estimateur est portée globalement à 2 dB offrant ainsi une amélioration considérable de 10 dB et la rosace de la figure 18 devient celle de la figure 22a.

Par ce débruitage préalable, il est maintenant possible d'estimer les diamètres pour des signaux fortement bruités comme ceux de la figure 22b.

## 7. Conclusion

Nous avons détaillé une technique d'estimation dimensionnelle sans contact développée dans le but de mesurer le diamètre de fils appartenant à la classe des métaux. La transformée en ondelettes est la clé de voûte dans la construction de cet estimateur dont les performances sont essentiellement dues à une sélection précise de l'ondelette à utiliser. Les résultats obtenus en terme de mesure de diamètres sont pleinement en accord avec les valeurs de référence. Leur faible variation face aux différents matériaux encourage l'idée de pouvoir mesurer des cibles indépendamment de la nature du matériau.

L'utilisation d'ondelettes dans la détermination du diamètre des cibles est doublement pertinente puisqu'en plus d'être centrale dans l'élaboration de la méthode, elle permet également de maintenir la performance de celle-ci en présence de bruit. En



**Figure 22.** Echos bruités de fils d'acier de diamètre  $d$  (mm)  $\in \{0,25; 0,50; 1,00\}$  avec un rapport signal/bruit  $RSB = 2$  dB : a) mesure du diamètre pour 1000 échos par diamètre avec un débruitage préalable par ondelettes, b) représentation temporelle des échos réels bruités.

effet, l'opération de débruitage par ondelettes associée à un seuillage doux donne une grande unicité à l'ensemble de la méthode permettant un très bon niveau d'estimation à niveau de bruit consistant.

La méthode employée constitue un excellent compromis entre le coût de calcul à mettre en oeuvre et la précision des résultats atteints. Elle permet d'envisager des prolongements futurs :

- concernant la méthode elle-même, une diversification plus grande des matériaux constitutifs des cibles, un nombre plus élevé de diamètres de référence ainsi qu'une élévation de leur précision, devraient davantage affiner le modèle établi. L'augmentation de la vitesse d'acquisition propre à la ligne de mesure analysant les échos quasi rigides, en permettant une prise en compte plus complète de l'information contenue dans le signal, améliorera également l'acuité de l'estimateur.

- concernant l'évolution de la méthode, s'il est vrai que la théorie RST traite des objets simples comme le cylindre ou la sphère, des travaux sur des objets plus complexes ont débuté. Ils reposent sur la mise en oeuvre d'une transformée en ondelettes de dimension supérieure (2D et 3D). Ils visent à étendre le champ d'application actuel dans les domaines de la granulométrie et de la mesure de matières en suspension (MES). Plus généralement, ils ont pour objectif de proposer une méthode générale de mesure dimensionnelle sans contact.

## Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier P. Schweitzer et J. Mathieu pour leur avoir transmis les signaux d'étude.

## 8. Bibliographie

- Aldroubi A., Unser M., « Families of multiresolution and wavelet spaces with optimal properties », *Num. Func. Anal. Opt.*, vol. 14, p. 417-446, 1993.
- Barcewell R. N., *The Fourier transform and its applications*, McGraw-Hill, 1978.
- Battle G., « Heisenberg proof of the Balian-Low theorem », *Letters on Mathematical Physics*, vol. 15, p. 175-177, 1988.
- Dardy H. D., Bucaro J. A., Schuetz L. S., Dragonette L. R., « Dynamic wide-bandwidth acoustic form-function determination », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 62, n° 6, p. 1373-1376, 1977.
- Daubechies I., « Orthonormal bases of compactly supported wavelets », *Communications on Pure and Applied Mathematics*, vol. 41, p. 909-996, 1988.
- Daubechies I., « The wavelet transform, time-frequency localization and signal analysis », *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 36, n° 5, p. 961-1005, 1990.
- Daubechies I., *Ten lectures on wavelets*, SIAM, Philadelphia, 1992. 146-156.

- Derem A., Rousselot J. L., Maze J. L., Ripoche J., Faure A., « Diffusion d'une onde acoustique plane par des solides immergés : étude expérimentale et théorique des résonances », *Acustica*, vol. 50, p. 39-50, 1982.
- Dickey J. W., Frisk G. V., Überall H., « Whispering Gallery wave modes on elastic cylinders », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 59, n° 6, p. 1339-1346, 1976.
- Dragonette L. R., « The influence of the Rayleigh surface wave on the backscattering by submerged aluminum cylinders », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 65, n° 6, p. 1570-1572, 1979.
- Faran J. J., « Sound scattering by solid cylinders and spheres », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 23, n° 4, p. 405-418, 1951.
- Flax L., Dragonette L., Überall H., « Theory of elastic resonance excitation by sound scattering », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 63, n° 3, p. 723-731, 1978.
- Flax L., Gaunard G., Überall H., *Physical Acoustics : Principles and Methods, Vol. XVI*, vol. 15, w. p. mason and r. n. thurston edn, Academic Press, San Diego, chapter Theory of resonance scattering, p. 191-229, 1981.
- Gabor D., « Theory of communication », *Journal of the IEE*, vol. 93, p. 429-457, 1946.
- Jawerth B., Sweldens W., « An overview of wavelet based multiresolution analyses », *SIAM Review*, vol. 36, n° 3, p. 377-412, 1994.
- Jensen A., la Cour-Harbo A., *Ripples in mathematics*, Springer, Berlin, 2001. 127-150.
- Jones D. L., Baraniuk R. G., « Efficient approximation of continuous wavelet transforms », *Electronics Letters*, vol. 27, n° 9, p. 748-750, 1991.
- Mallat S., « Multifrequency channel decompositions of images and wavelet models », *IEEE Trans. on Signal Proc.*, vol. 37, n° 12, p. 2091-2110, 1989a.
- Mallat S., « A theory for multiresolution signal decomposition : The wavelet representation », *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. 2, n° 7, p. 674-693, 1989b.
- Mallat S., *Une exploration des signaux en ondelettes*, Ecole Polytechnique, Palaiseau, 2000. p. 29-31.
- Mathieu J., Schweitzer P., Tisserand E., « Ultrasonic scattering technique for target size measurement », *Meas Sci Technol*, vol. 13, p. 660-666, 2002a.
- Mathieu J., Schweitzer P., Tisserand E., Bellefleur D., « The Backscattering and the Quasi-Rigid Backscattering Form Functions : Simulations and Experimental Validations », *Acta Acustica*, vol. 88, n° 6, p. 879-885, 2002b.
- Scipioni A., Rischette P., Bonhomme G., « Mouvement Brownien fractionnaire : choix de l'ondelette dans l'estimation de l'exposant de Hurst », *21st GRETSI Symposium on Signal and Image Processing*, Troyes, France, 11-14 septembre, 2007.
- Soares L., de Oliveira H., Cintra R., de Souza R. C., « Fourier eigenfunctions, uncertainty Gabor principle and isoresolution wavelets », *XX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações-SBT'03*, Rio De Janeiro, Brazil, 3-5 august, 2003.
- Überall H., *Physical Acoustics : Principles and Methods, Vol. X*, w. p. mason and r. n. thurston edn, Academic Press, New York, chapter Surface waves in acoustics, p. 1-60, 1973.
- Yen N. C., Dragonette L. R., Nümrich S. K., « Time-frequency analysis of acoustic scattering from elastic objects », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 87, n° 6, p. 2359-2370, 1990.

**ANNEXE POUR LE SERVICE FABRICATION**  
A FOURNIR PAR LES AUTEURS AVEC UN EXEMPLAIRE PAPIER  
DE LEUR ARTICLE ET LE COPYRIGHT SIGNE PAR COURRIER  
LE FICHER PDF CORRESPONDANT SERA ENVOYE PAR E-MAIL

1. ARTICLE POUR LA REVUE :  
*I2M. Volume 8 – n° 1/2009*
2. AUTEURS :  
*Angel Scipioni\** — *Pascal Rischette\**,\*\*
3. TITRE DE L'ARTICLE :  
*Les ondelettes pour l'estimation dimensionnelle de cibles*
4. TITRE ABRÉGÉ POUR LE HAUT DE PAGE MOINS DE 40 SIGNES :  
*Mesure de cibles par ondelettes*
5. DATE DE CETTE VERSION :  
*8 avril 2009*
6. COORDONNÉES DES AUTEURS :
  - adresse postale :
    - \* Institut Jean Lamour–UMR 7198, Département P2M, Équipe 107,  
Nancy Université, BP 239, F-54506 Vandoeuvre-lès-Nancy Cedex  
angel.scipioni@iut-longwy.uhp-nancy.fr
    - \*\* Centre de recherche de l'Armée de l'air, CReA–MAS'Air, F-13661  
Salon air  
pascal.rischette@inet.air.defense.gouv.fr
  - téléphone : 00 00 00 00 00
  - télécopie : 00 00 00 00 00
  - e-mail : guillaume.laurent@ens2m.fr
7. LOGICIEL UTILISÉ POUR LA PRÉPARATION DE CET ARTICLE :  
L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X, avec le fichier de style `article-hermes.cls`,  
version 1.23 du 17/11/2005.
8. FORMULAIRE DE COPYRIGHT :  
Retourner le formulaire de copyright signé par les auteurs, téléchargé sur :  
<http://www.revuesonline.com>

SERVICE ÉDITORIAL – HERMES-LAVOISIER  
14 rue de Provigny, F-94236 Cachan cedex  
Tél. : 01-47-40-67-67  
E-mail : [revues@lavoisier.fr](mailto:revues@lavoisier.fr)  
Serveur web : <http://www.revuesonline.com>